

Lecture 10

디지털 필터의 기초

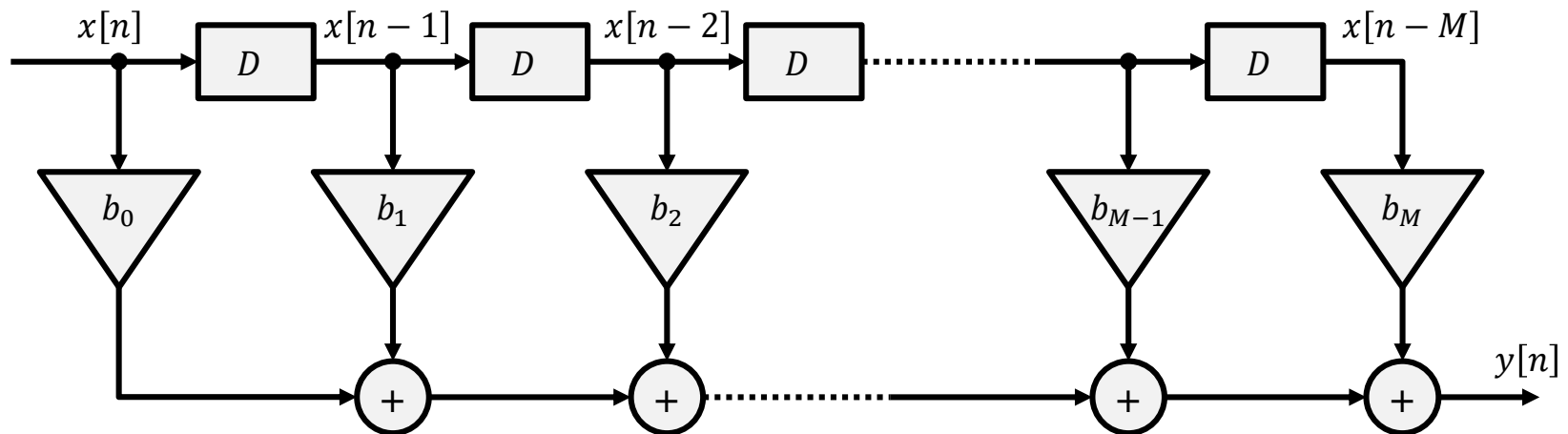
디지털 필터의 구조

- FIR(Finite Impulse Response) 필터의 구조

- 임펄스 응답이 유한한 길이를 가지는 FIR 필터에 대한 차분 방정식

$$y[n] = \sum_{k=0}^M h[k]x[n - k]$$

- 탭 지연 선 필터(**tapped delay line filter**) 혹은 횡단 필터(**transversal filter**)



디지털 필터의 구조

- IIR(Infinite Impulse Response) 필터의 구조

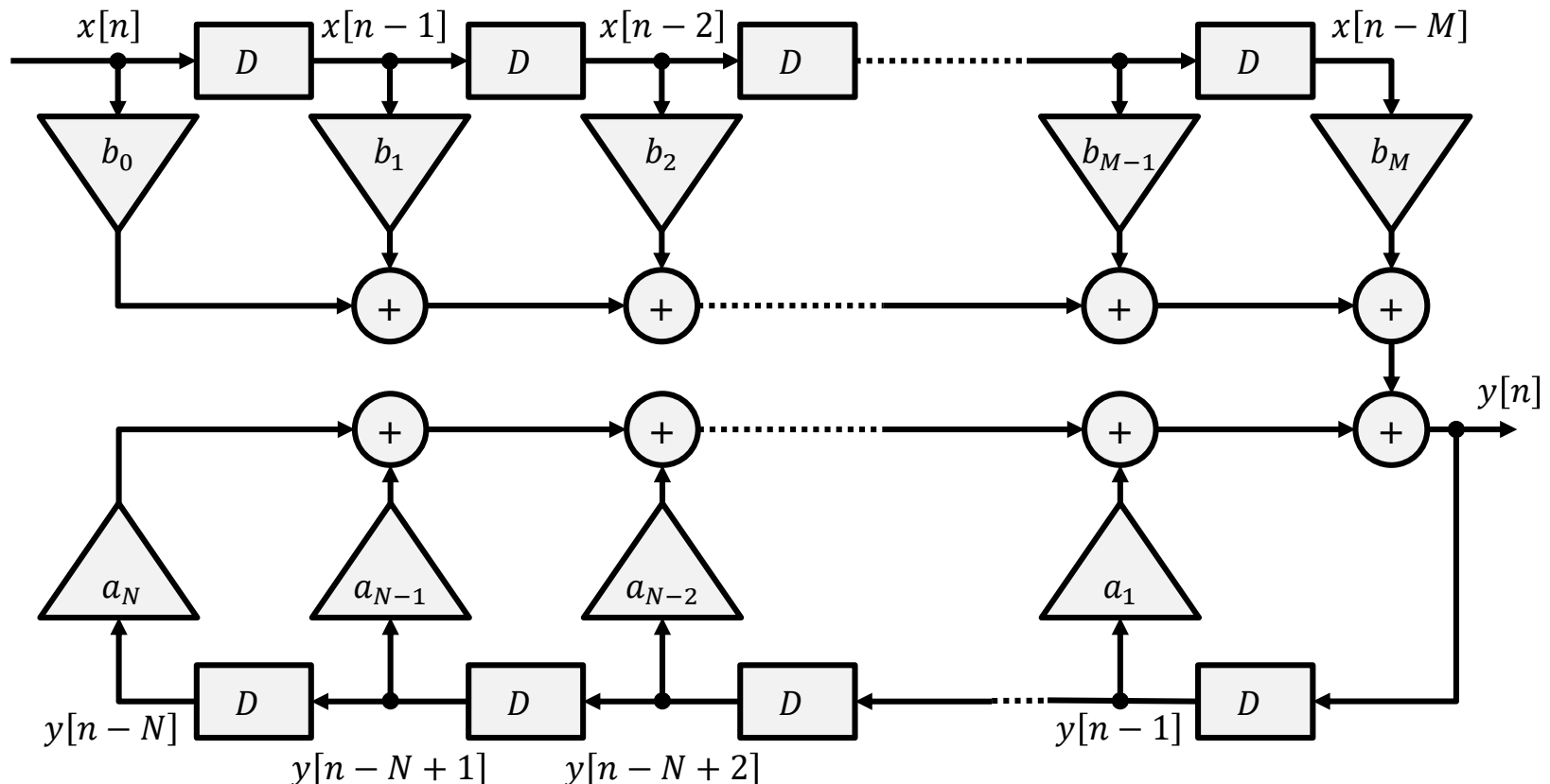
- 임펄스 응답이 무한한 길이를 가지는 IIR 필터에 대한 전달 함수

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

- a_k, b_k 는 IIR 필터의 계수를 나타내는 상수
- 출력 $y[n]$ 을 입력단으로 귀환시킨 성분 $\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}$ 이 추가된 것을 알 수 있음
- 전달 함수에 따라 직접 구성한 구조를 직접형(**direct form**)이라고 부름

디지털 필터의 구조

■ IIR(Infinite Impulse Response) 필터의 구조

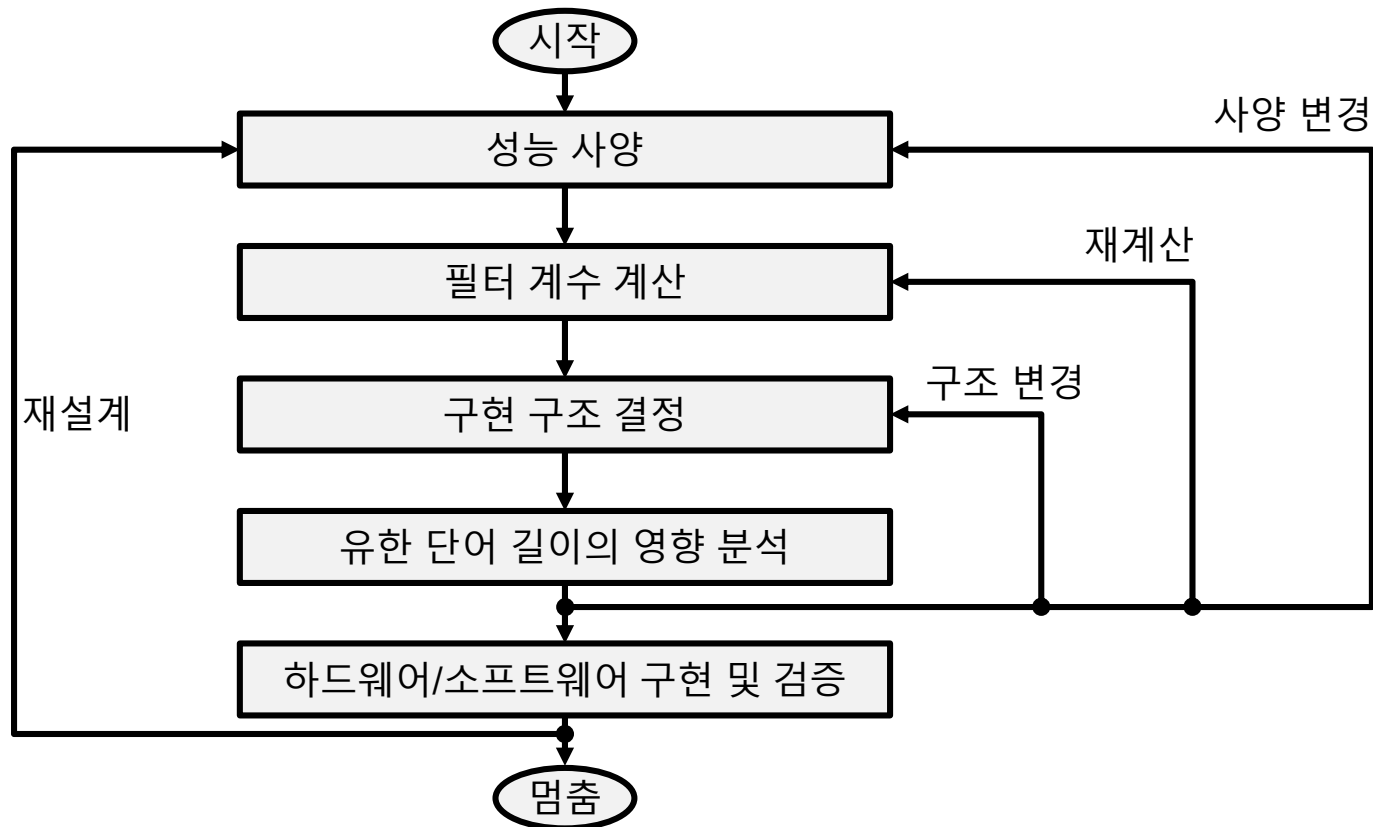


디지털 필터의 설계

- 디지털 필터를 설계하는 과정
 - ① 필터의 성능에 대한 사양 결정
 - 필터의 형태
 - 원하는 진폭 및 위상 응답 특성
 - 샘플링 주파수 및 입력 신호의 비트 수(단어 길이)
 - ② 필터의 계수 계산
 - 원하는 필터의 사양을 만족하도록 전달 함수 $H(z)$ 의 계수값을 구함
 - ③ 구현하기 위한 필터 구조의 결정
 - ④ 유한한 비트 수(단어 길이) 영향의 분석
 - 입력 데이터의 양자화 오차
 - 필터 계수의 오차
 - ⑤ 필터의 구현 방법
 - 하드웨어 구현
 - 소프트웨어 구현
 - 구현한 필터의 성능 검증

디지털 필터의 설계

- 디지털 필터를 설계하는 과정



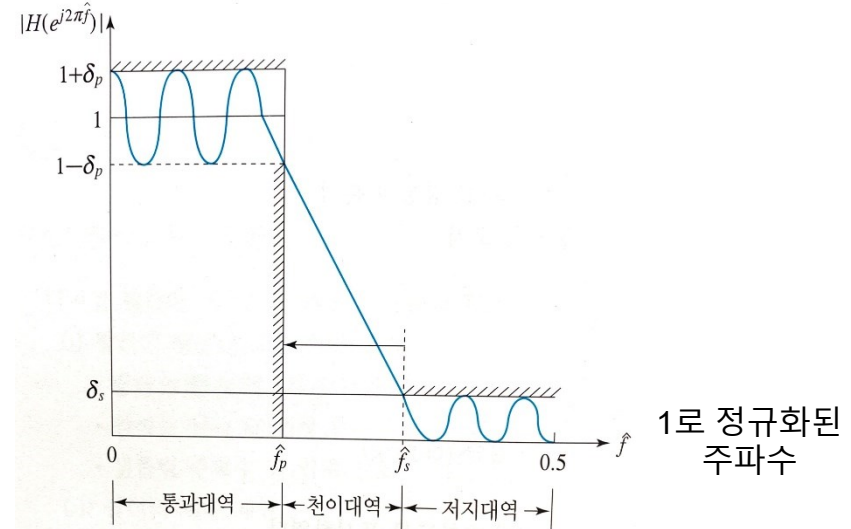
디지털 필터의 설계

필터의 설계 예제

저역 통과 필터(**lowpass filter**)를 설계하는 과정

사양

- 통과 대역 끝점 주파수 f_p [Hz]
- 차단 대역 끝점 주파수 f_s [Hz]
- 차단 대역 감쇠도 A_s [dB] 이상
- 통과 대역 리플 크기 δ_p [dB]
- 차단 대역 리플 크기 δ_s [dB]
- 샘플링 주파수 F_s [Hz]
- 원하는 필터의 차수 N



- 이상의 7가지 사양을 모두 만족하는 FIR 필터를 5단계의 설계 과정에 따라 필터의 계수 값 $h[n]$ 을 계산함

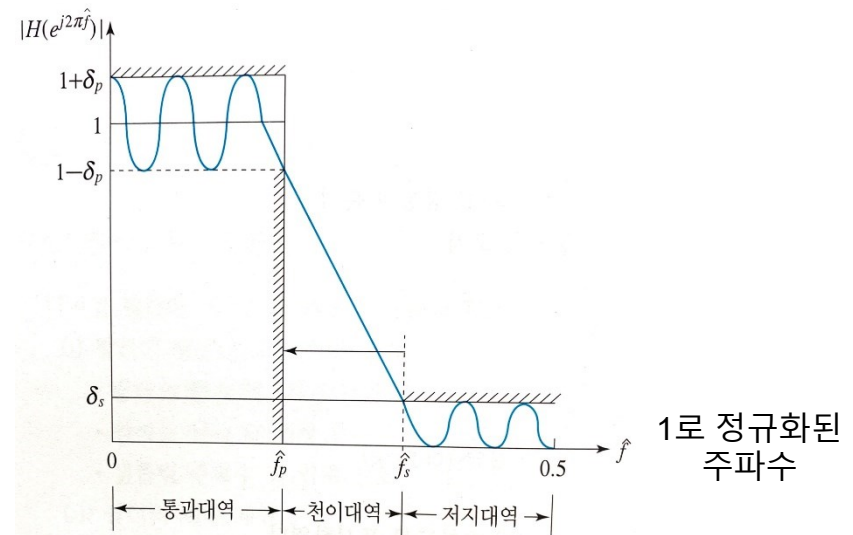
디지털 필터의 설계

필터의 설계 예제

- 저역 통과 필터(**lowpass filter**)를 설계하는 과정

사양

- 통과 대역 끝점 주파수 f_p [Hz]
- 차단 대역 끝점 주파수 f_s [Hz]
- 차단 대역 감쇠도 A_s [dB] 이상
- 통과 대역 리플 크기 δ_p [dB]
- 차단 대역 리플 크기 δ_s [dB]
- 샘플링 주파수 F_s [Hz]
- 원하는 필터의 차수 N



- 주어진 사양에 의해 필터의 차수를 예상할 수 있음

$$N = \frac{2}{3} \log \left(\frac{1}{10\delta_p\delta_s} \right) \frac{F_s}{f_s - f_p} - 1$$

디지털 필터의 설계

FIR 필터의 설계 방법

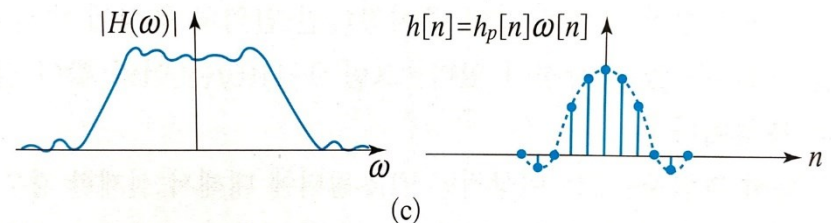
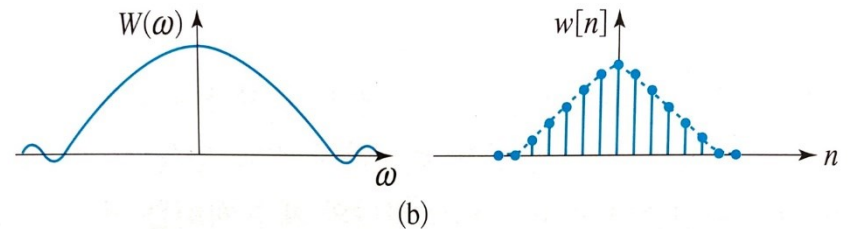
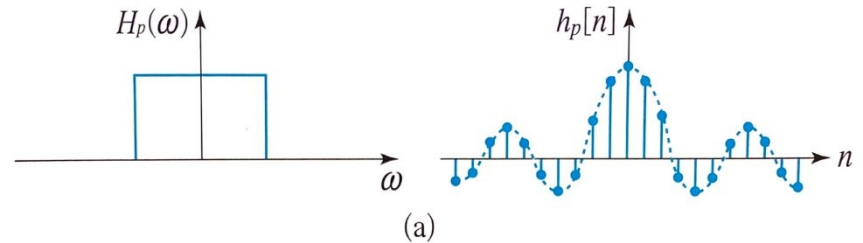
원도우(window) 설계법

- 목표:** 필터의 계수인 임펄스 응답 $h[n]$ 값을 근사적으로 구해야 함
- 방법:** 이상적인 필터의 주파수 응답 $H_p(\omega)$ 에 원도우 함수 $W(\omega)$ 를 컨벌루션 하여 원하는 사양의 $|H(\omega)|$ 를 구할 수 있음

주파수 영역에서의 컨벌루션이 시간 영역에서의 곱에 해당하므로 필터의 계수값 $h[n] = h_p[n]w[n]$ 를 얻을 수 있음

원도우 함수 종류:

- Rectangular
- Hamming
- Hanning
- Blackman
- Kaiser 등



디지털 필터의 설계

■ FIR 필터의 설계 방법

■ 주파수 샘플링(frequency sampling) 설계법

- **목표:** 원하는 필터의 사양에 따라 주파수 응답의 샘플 값을 측정하여 푸리에 역변환을 통해 필터의 계수 값 $h[n]$ 을 계산함

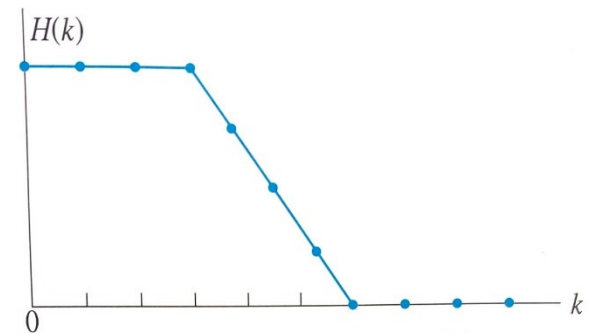
- **방법:**

- ① 원하는 필터의 사양에 따라 주파수 응답 $H(\omega)$ 의 샘플 값 $H[k]$ 를 측정함
- ② 주파수 응답의 샘플 값 $H[k]$ 와 필터의 계수 값 $h[n]$ 의 관계는 다음 식과 같음

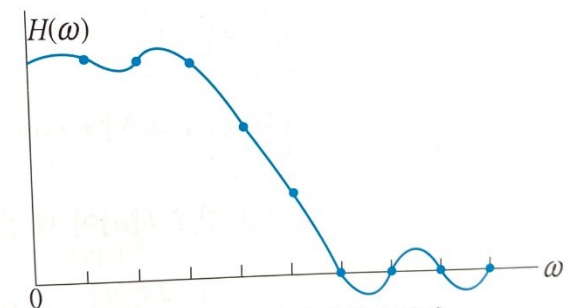
$$H[k] = \sum_{n=0}^{N-1} h[n] \exp\left[-j \frac{2\pi k}{N} n\right]$$

- ① 푸리에 역변환을 통해 필터의 계수 값 $h[n]$ 계산

$$h[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H[k] \exp\left[j \frac{2\pi k}{N} n\right]$$



(a) 근사화된 저역 통과 필터



(b) 설계된 저역 통과 필터

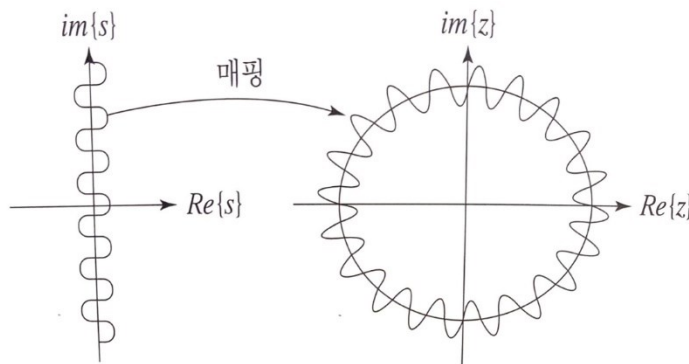
디지털 필터의 설계



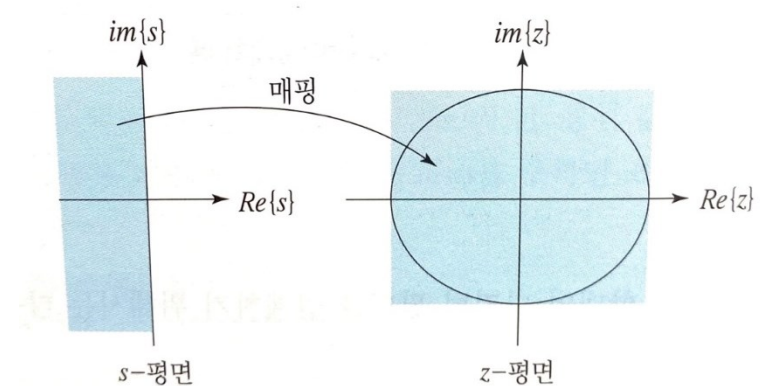
■ IIR 필터의 설계 방법

■ 설계 과정

- ① 설계하고자 하는 필터의 사양을 만족하는 아날로그 필터를 설계함
- ② 설계된 아날로그 필터를 디지털화함으로써 최종적인 디지털 필터를 설계함
- ③ 아날로그 필터를 디지털 필터로 매핑(mapping)시키는 방법이 요구됨



(a) s -평면의 허수 축이 단위원으로 매핑하는 과정



(b) s -평면의 좌반면이 단위원 내부로 매핑되는 과정