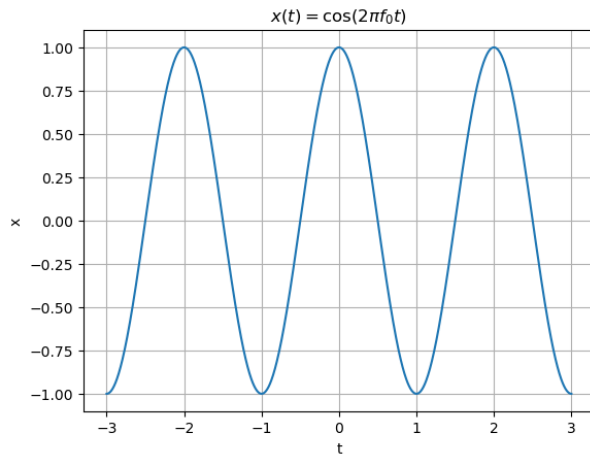


Lecture 07

# 불규칙 신호 및 시스템

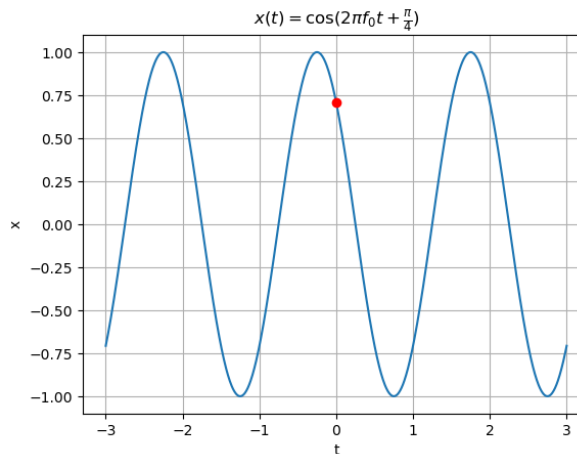
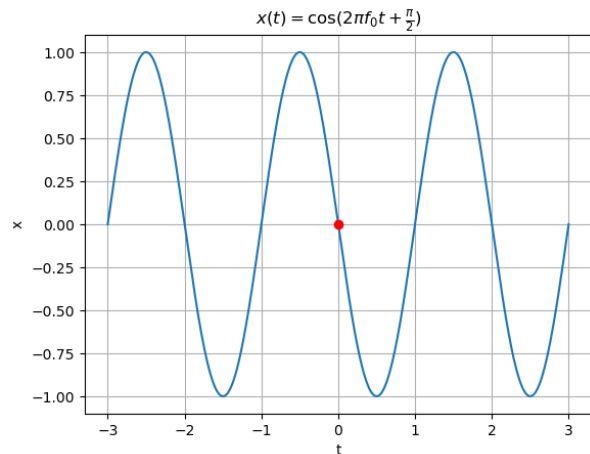
# 불규칙 신호 정의



- 결정적(**deterministic**) 신호
  - 모든 시간에서의 신호 값이 항상 고정 값임
  - 예,  $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$

- 불규칙(**random**) 신호

- 특정 시간에서의 신호 값을 명확하게 정의할 수 없고 대신 확률을 이용하여 정의됨



예,  $x(t) = \cos(2\pi f_0 t + \phi)$   
 위상 값이 고정 값이 아니라 임의로 선택되므로, 선택되는  $\phi$  값에 따라  $x(t)$  신호가 변하게 됨

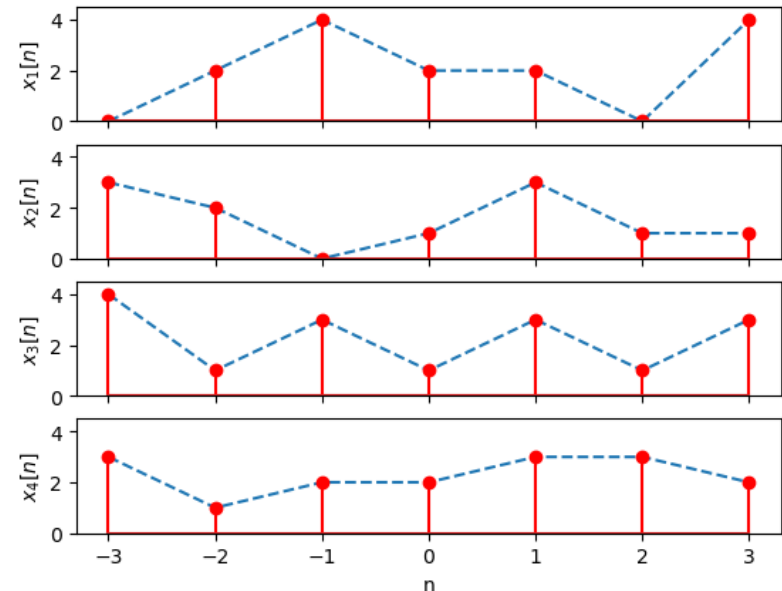
# 불규칙 신호 정의

## ■ 불규칙 신호

- 랜덤 프로세스(random process)의 표본 함수(sample function)로 정의됨
- 랜덤 프로세스 : 각 시간에서 정의된 확률 특성에 의하여 신호 값이 결정되는 신호들에 대한 전체 집합으로 정의됨

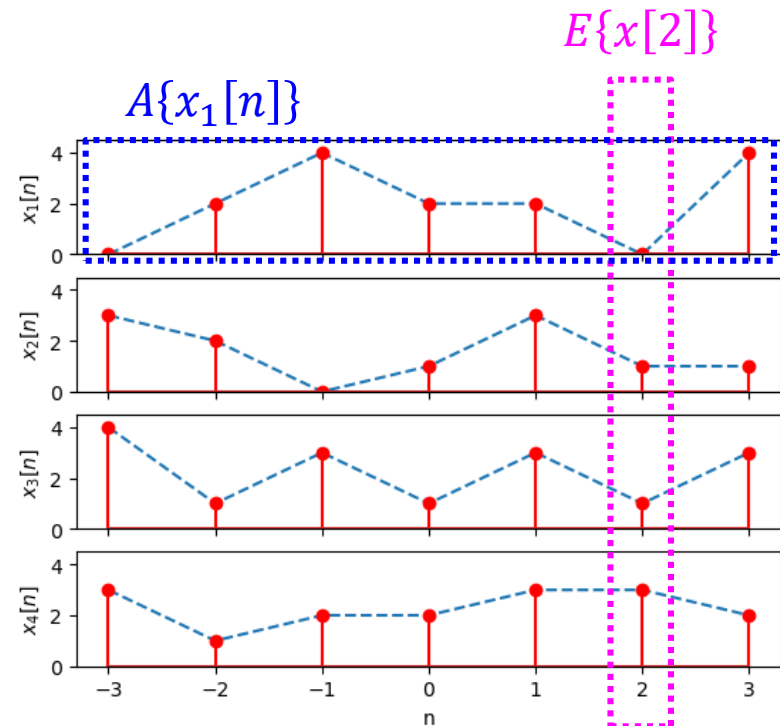
■ 예,

- 7개의 샘플을 가지는 신호를 생성함
  - 신호 값은 고정 값이 아니라 0부터 4까지의 각각의 값이 나올 확률이  $\frac{1}{5}$ 인 것임
- 각각의 7-샘플 신호를 불규칙 신호라 함



# 불규칙 신호 특성

- 불규칙 신호 파악을 위해 통계적 특성이 의미가 있음
  - 앙상블(**ensemble**) 평균
    - 특정 시간에서의 값에 대한 평균을 의미함,  $E\{x[2]\}$
  - 시간에 대한 평균
    - 모든 시간에서의 값에 대한 평균으로서 구함,  $A\{x_i[n]\}$
  - 분산(**variance**)
    - $E\{(x[n] - E\{x[n]\})^2\}$
  - 자기 상관 함수(**autocorrelation**)
    - $R_X(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)]$



# 불규칙 신호 특성

- 불규칙 신호 파악을 위해 통계적 특성이 의미가 있음

- 자기 상관 함수의 성질

- ①  $|R(\tau)| \leq R(0) : \tau = 0$ 에서 최대값을 가짐

- ②  $R(-\tau) = R(\tau) : \text{좌우 대칭 성질}$

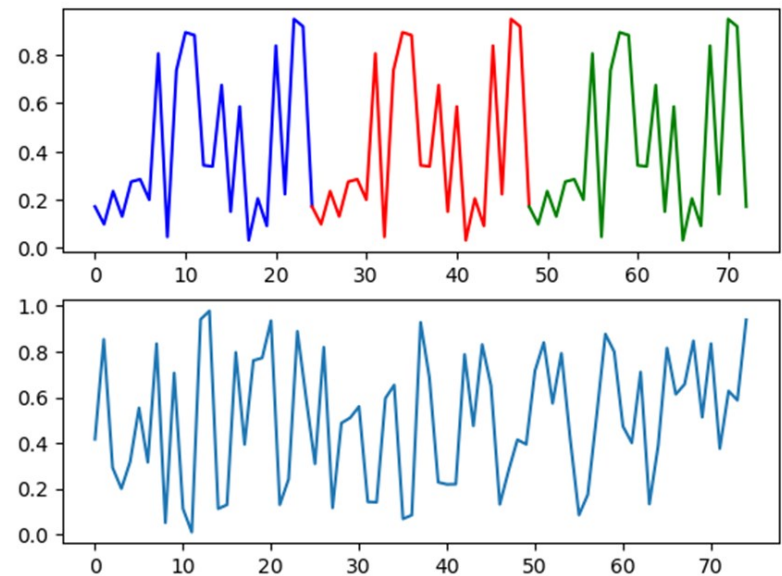
- ③  $R(0) = E[x^2(t)] : R(0)$ 는  $x(t)$ 의 전력

- ④  $x(t)$ 가 주기 신호이면  $R(\tau)$ 도 동일한 주기를 가짐

- ⑤  $x(t)$ 가 비주기 신호이면  $\lim_{|\tau| \rightarrow \infty} R(\tau) = E^2[x(t)]$

- $R(\tau) = \delta(\tau)$ 를 만족하면 불규칙 신호를 **백색(white) 불규칙 신호**

주기와 비주기 불규칙 신호



# 스펙트럼 성질

- 불규칙 신호의 스펙트럼 정의
  - 불규칙 신호는 랜덤 프로세스의 표본 함수에 불과하고 불규칙 신호의 푸리에 변환은 특정 표본 함수에 국한된 결과만 보여줌
  - 불규칙 신호의 스펙트럼에 평균의 의미가 포함되어야 함
  - 불규칙 신호  $x(t)$ 의 **전력 밀도 스펙트럼**(power density spectrum 또는 power spectral density)  $S_X(f)$ 를 다음과 같이 정의함

$$X_T(f) = \int_{-T}^T x(t)e^{-j2\pi ft} dt$$

$$S_X(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E\{|X_T(f)|^2\}}{2T}$$

# 스펙트럼 성질

- 불규칙 신호의 스펙트럼 성질

- ①  $S_X(f) \geq 0$
- ②  $S_X(-f) = S_X(f)$
- ③  $S_X(f)$ 는 실수

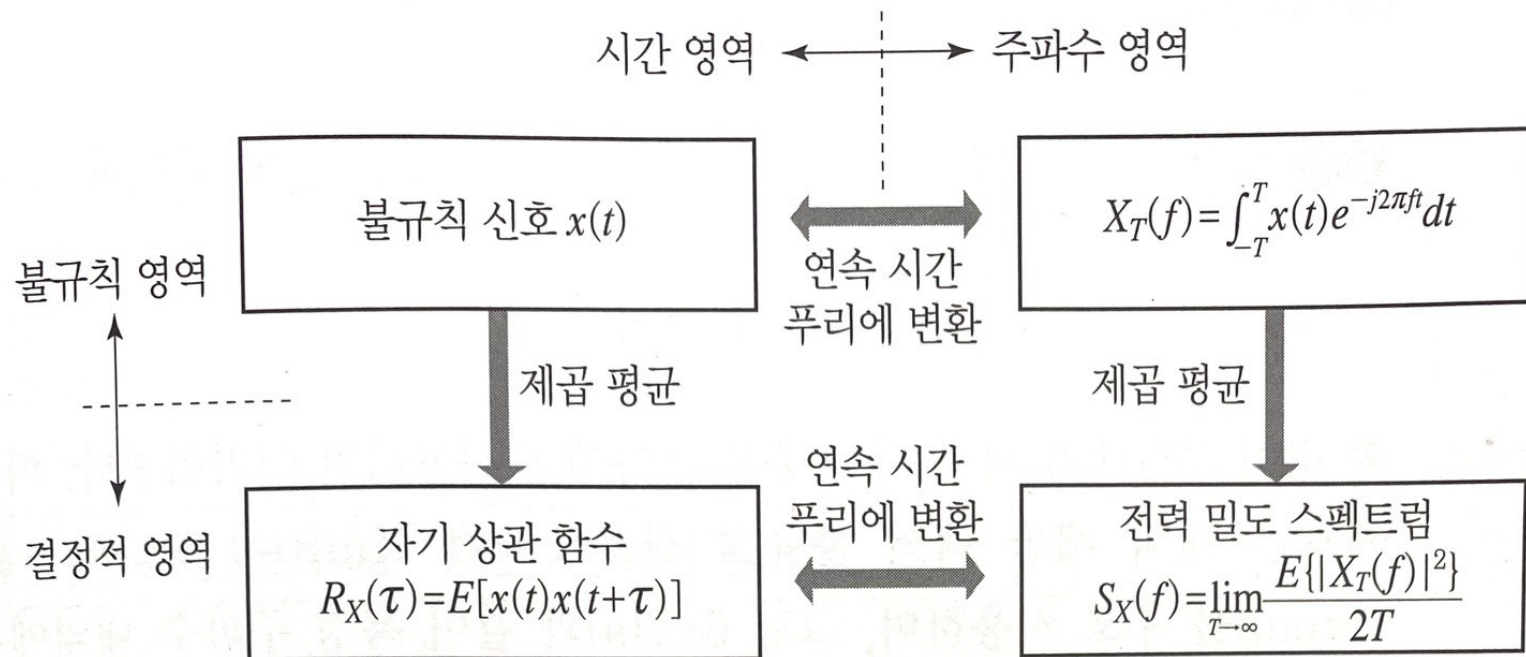
- 연속 푸리에 변환을 적용하면 전력 밀도 스펙트럼  $S_X(f)$ 과 자기 상관 함수  $R_X(\tau)$ 의 관계를 유도할 수 있음

$$S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau$$

$$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f) e^{j2\pi f\tau} df$$

# 스펙트럼 성질

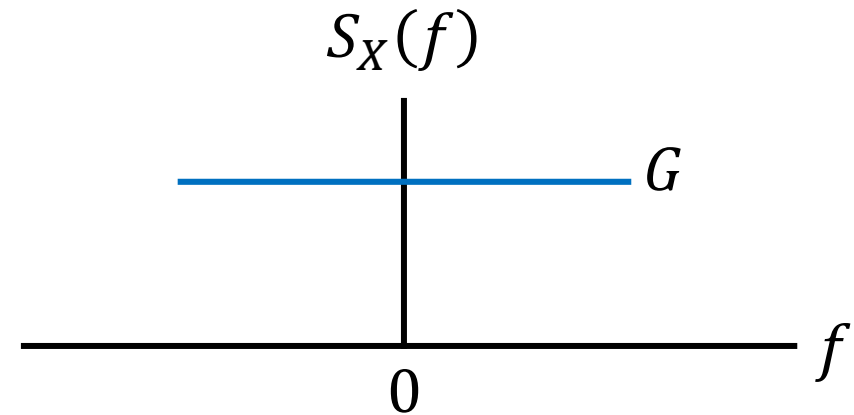
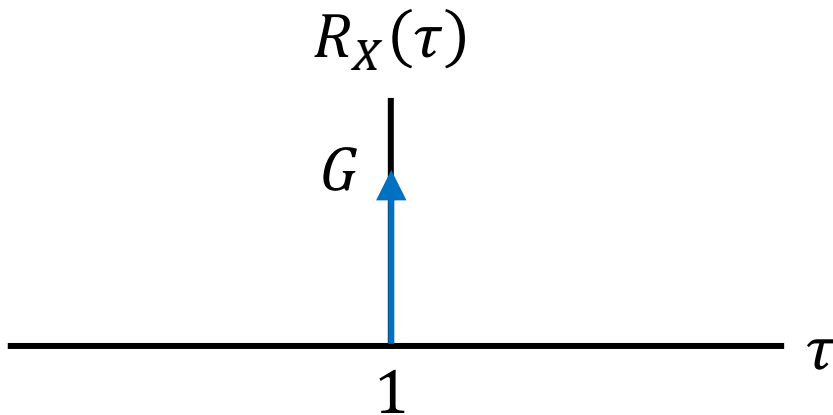
- 연속 푸리에 변환을 적용하면 전력 밀도 스펙트럼  $S_X(f)$ 과 자기 상관 함수  $R_X(\tau)$ 의 관계를 유도할 수 있음





# 스펙트럼 예제

- 백색 불규칙 신호의 경우  $R_X(\tau) = G\delta(\tau)$
- 전력 밀도 스펙트럼  $S_X(f) = G$
- 백색 불규칙 신호를 **모두 주파수에서 동일한 전력 밀도를 가지는 신호**로 정의할 수 있음



# 시스템 출력

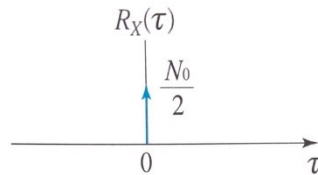
- 주어진 불규칙 신호  $x(t)$ 로부터 시스템의 출력 신호  $y(t)$ 의 통계적 특성을 구할 수 있음
  - 연속 신호와 시스템의 경우
    - ① 평균 :  $E[y(t)] = E[x(t) * h(t)] = X_{ave}H(f = 0)$   
 $X_{ave}$ 는  $x(t)$ 의 평균
    - ② 분산 :  $E[y^2(t) - E[y(t)]]^2$   
 $E[y^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau - u)h(\tau)h(u)d\tau du$
    - ③ 자기 상관 함수 :  $R_Y(\tau) = E[y(t)y(t + \tau)] = R_X(\tau) * h(\tau) * h(-\tau)$
    - ④ 전력 밀도 스펙트럼 :  $S_Y(f) = S_X(f)|H(f)|^2$

# 시스템 출력

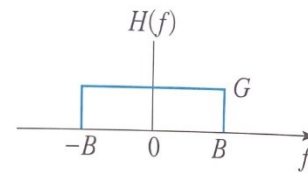
- 주어진 불규칙 신호  $x(t)$ 로부터 시스템의 출력 신호  $y(t)$ 의 통계적 특성을 구할 수 있음
  - 이산 신호와 시스템의 경우
    - 평균 :  $E\{y[n]\} = E\{x[n]\} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] = E\{x[n]\}H(\hat{f} = 0)$   
 $X_{ave}$ 는  $x(t)$ 의 평균
    - 전력 :  $E\{y^2[n]\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_X[n-k]h[n]h[k]$
    - 자기 상관 함수 :  $R_Y[k] = R_X[k] * h[k] * h[-k]$
    - 전력 밀도 스펙트럼 :  $S_Y(\hat{f}) = S_X(\hat{f})|H(\hat{f})|^2$

# 출력 신호의 예제

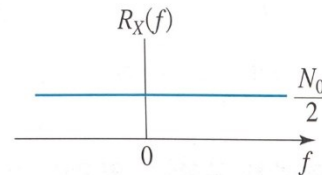
- 입력 신호 : 백색 불규칙 신호  $x(t)$
- 시스템 : 저역 통과 필터와 대역 통과 필터



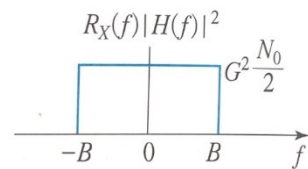
(a) 입력 신호의 자기 상관 함수



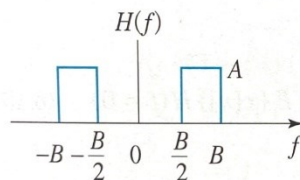
(b) 저역 통과 필터의 주파수 응답



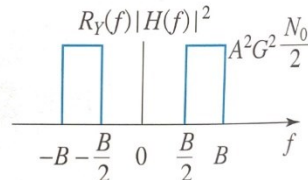
(c) 입력 신호의 전력 밀도 스펙트럼



(d) 출력 신호의 전력 밀도 스펙트럼



(e) 대역 통과 필터의 주파수 응답



(f) 출력 신호의 전력 밀도 스펙트럼